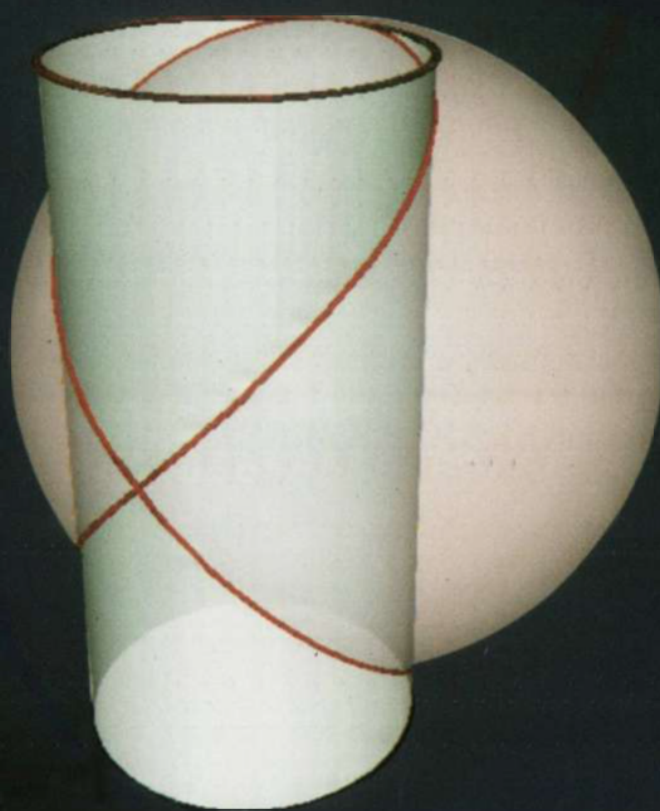


PGS.TS. TÔ VĂN BAN

GIÁO TRÌNH GIẢI TÍCH II



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

PGS.TS. TÔ VĂN BAN

GIÁO TRÌNH GIẢI TÍCH II

(Tái bản lần thứ nhất có chỉnh lý, bổ sung)

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

HỘI ĐỒNG XÉT DUYỆT GIÁO TRÌNH

GS.TSKH. NGUYỄN XUÂN TẤN	– Chủ tịch
PGS.TS. NGUYỄN XUÂN VIÊN	– Ủy viên phản biện
PGS.TS. LÊ BÁ LONG	– Ủy viên phản biện
TS. NGUYỄN ĐỨC NỤ	– Ủy viên phản biện
TS. CUNG THỂ ANH	– Thư ký, ủy viên phản biện

MỤC LỤC

	<i>Trang</i>
LỜI NÓI ĐẦU	7
CÁC KÝ HIỆU HAY SỬ DỤNG.....	9
Chương 1. HÀM NHIỀU BIẾN SỐ	11
§1.1. GIỚI HẠN – LIÊN TỤC	11
1.1.1. Tập hợp trong $\mathbb{R}^n$	11
1.1.2. Hàm nhiều biến số.....	15
1.1.3. Giới hạn của hàm nhiều biến.....	18
1.1.4. Sự liên tục của hàm số.....	20
§1.2. ĐẠO HÀM – VI PHÂN	22
1.2.1. Đạo hàm riêng	22
1.2.2. Vi phân của hàm nhiều biến.....	24
1.2.3. Đạo hàm riêng của hàm hợp.....	30
1.2.4. Đạo hàm hàm số ẩn	34
1.2.5. Đạo hàm theo hướng – Gradient	38
1.2.6. Đạo hàm và vi phân cấp cao.....	42
1.2.7. Công thức Taylor.....	45
§1.3. CỰC TRỊ	47
1.3.1. Cực trị địa phương của hàm nhiều biến	47
1.3.2. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số	53
1.3.3. Cực trị có điều kiện	56
§1.4. MỘT SỐ VÍ DỤ TỔNG HỢP.....	62
1.4.1. Các ví dụ vận dụng kỹ năng tổng hợp.....	62
1.4.2. Các ví dụ và bài tập thực tiễn.....	70
§1.5. SƠ LƯỢC VỀ HÌNH HỌC VI PHÂN	77
1.5.1. Đường cong phẳng	77
1.5.2. Đường cong trong không gian.....	83
1.5.3. Mặt cong.....	88
TÓM TẮT CHƯƠNG 1.....	90
EXERCISES – BÀI TẬP.....	93

Chương 2. TÍCH PHÂN BỘI.....	109
§2.1. TÍCH PHÂN KÉP.....	109
2.1.1. Mở đầu	109
2.1.2. Cách tính trong toạ độ Descartes	112
2.1.3. Đổi biến số với tích phân kép.....	116
2.1.4. Ứng dụng của tích phân kép.....	124
§2.2. TÍCH PHÂN BỘI BA	128
2.2.1. Mở đầu	128
2.2.2. Cách tính tích phân bội ba trong toạ độ Descartes ..	130
2.2.3. Đổi biến số trong tích phân bội ba	135
2.2.4. Ứng dụng của tích phân bội ba.....	142
§2.3. TÍCH PHÂN PHỤ THUỘC THAM SỐ.....	146
2.3.1. Tích phân thường phụ thuộc tham số	146
2.3.2. Tích phân phụ thuộc tham số với cận là hàm số ..	149
2.3.3. Tích phân suy rộng phụ thuộc tham số	150
§2.4. MỘT SỐ VÍ DỤ VÀ BÀI TOÁN TỔNG HỢP	155
TÓM TẮT CHƯƠNG 2.....	166
EXERCISES – BÀI TẬP.....	169
 Chương 3. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG – TÍCH PHÂN MẶT.....	 184
§3.1. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI MỘT	184
3.1.1. Mở đầu	184
3.1.2. Cách tính	187
§3.2. TÍCH PHÂN ĐƯỜNG LOẠI HAI.....	188
3.2.1. Mở đầu	188
3.2.2. Mối liên hệ giữa tích phân đường loại một và loại hai	192
3.2.3. Cách tính	192
3.2.4. Công thức Green	195
3.2.5. Sự độc lập của tích phân đối với đường lấy tích phân	199
§3.3. TÍCH PHÂN MẶT LOẠI MỘT.....	209
3.3.1. Mở đầu	209
3.3.2. Ý nghĩa	210
3.3.3. Cách tính	210

§3.4. TÍCH PHÂN MẶT LOẠI HAI.....	212
3.4.1. Mặt định hướng	212
3.4.2. Tích phân mặt loại hai	215
3.4.3. Ý nghĩa	218
3.4.4. Cách tính	218
3.4.5. Công thức Stokes.....	222
3.4.6. Công thức Ostrogradski – Gauss.....	223
§3.5. LÝ THUYẾT TRƯỜNG	225
3.5.1. Trường vô hướng.....	225
3.5.2. Trường vector	228
3.5.3. Toán tử vi phân.....	237
§3.6. MỘT SỐ VÍ DỤ TỔNG HỢP	242
TÓM TẮT CHƯƠNG 3.....	251
EXERCISES – BÀI TẬP.....	253
Chương 4. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN.....	267
§4.1. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP MỘT	267
4.1.1. Các khái niệm mở đầu.....	267
4.1.2. Dạng tổng quát của phương trình vi phân cấp một	268
4.1.3. Phương trình với biến số phân ly (Phương trình tách biến).....	271
4.1.4. Phương trình thuần nhất	273
4.1.5. Phương trình tuyến tính.....	276
4.1.6. Phương trình Bernoulli.....	281
4.1.7. Phương trình toàn phần	282
4.1.8. Trường hệ số góc.....	284
4.1.9. Quỹ đạo trực giao	286
§4.2. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN CẤP HAI	287
4.2.1. Mở đầu	288
4.2.2. Các phương trình vi phân giảm cấp được	289
4.2.3. Phương trình vi phân tuyến tính.....	291
4.2.4. Phương pháp biến thiên hằng số Lagrange	293
4.2.5. Phương trình tuyến tính với hệ số hằng số và vế phải đặc biệt.....	295

§4.3. SƠ LƯỢC VỀ HỆ PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN	308
4.3.1. Định nghĩa – Bài toán Cauchy	
Các loại nghiệm.....	308
4.3.2. Giải hệ phương trình vi phân.....	309
4.3.3. Hệ phương trình vi phân thuần nhất hệ số	
hằng số.....	314
§4.4. MỘT SỐ VÍ DỤ VÀ BÀI TOÁN TỔNG HỢP	320
TÓM TẮT CHƯƠNG 4.....	333
EXERCISES – BÀI TẬP.....	335
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	350

Lời nói đầu

Sự vật và hiện tượng vốn có những mối liên hệ chằng chịt theo lối mạng nhện, yếu tố này phụ thuộc vào những yếu tố khác trong một tổng thể chuyển động. Để thấy bản chất của hiện tượng cũng như mở rộng khả năng đi vào cuộc sống của toán học, chúng ta cần nghiên cứu giải tích trong phạm vi nhiều biến. Với hàm nhiều biến, nhiều khái niệm và kết quả của hàm một biến không còn bảo toàn mà có những biến thể tinh vi, uyển chuyển và hứa hẹn những ứng dụng vô cùng rộng lớn. **Giáo trình Giải tích II** – một sự tiếp tục của **Giáo trình Giải tích I** – hướng chủ yếu vào phép tính vi phân, phép tính tích phân của hàm nhiều biến.

Trong chương đầu giới thiệu vài nét về tập hợp trong không gian $\mathbb{R}^n$; về giới hạn, liên tục, đạo hàm riêng, vi phân của hàm nhiều biến. Chúng ta thấy ứng dụng của các kiến thức này trong việc tìm cực trị, cực trị với ràng buộc và tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số. Đối điều về hình học vi phân – một ngành của toán học dùng giải tích để nghiên cứu các đối tượng hình học – cũng được trình bày. Chương 2 dành cho phép tính tích phân bội trong $\mathbb{R}^2$, $\mathbb{R}^3$ và tích phân phụ thuộc tham số, vốn là công cụ đắc lực để nghiên cứu các hàm đặc biệt và Lý thuyết xác suất. Tích phân đường, tích phân mặt trong không gian được tìm thấy ở Chương 3, ở đó các ứng dụng vật lý, những khái niệm tối cần thiết cho nhà kỹ thuật tương lai được trang bị: lực, công, thông lượng, hoàn lưu,... Chương cuối cùng dành cho phương trình vi phân, là điều thiết yếu để nghiên cứu sự vật trong sự chuyển động. Ở đây ta thấy những kết quả quan trọng nhất và cô đọng về phương trình vi phân cấp một, cấp cao và hệ phương trình vi phân.

Các ví dụ và bài toán điển hình thường ở cuối mỗi chương được chọn lựa kỹ càng từ các lĩnh vực vật lý, cơ học, hoá học, sinh học, được học, cổ sinh vật học cho đến môi trường, âm thanh học,

thiên văn, kinh tế, nghề cá, kinh doanh,... cho thấy mảng ứng dụng vô tiền khoáng hậu của lý thuyết, đảm bảo sự trường tồn của toán học. Để cổ vũ phong trào học và sử dụng tiếng Anh, chúng tôi viết phần bài tập dưới dạng song ngữ có tính giản công thức. Hy vọng điều này mang đến hương vị riêng, làm cho những điều huyền bí của toán học trên thế giới trở nên gần gũi.

Với mong muốn tạo sự dễ dàng cho việc tiếp nhận, các khái niệm, định lý, tính chất,... thường được phát biểu bằng lời và kết hợp với công thức. Sau các thuật ngữ, ký hiệu chủ đạo thường có thuật ngữ, ký hiệu đi kèm; điều này giúp độc giả dễ dàng so sánh, tiếp thu các tài liệu khác. Cuối mỗi chương là phần tóm lược những kết quả chính, điều này giúp ta hình dung khái quát và dễ dàng nhớ những ý chính. Chúng tôi cũng nhắc lại rằng, những mục, phần, đoạn nâng cao, có tính chất tham khảo có thể bỏ qua trong lần đọc đầu tiên được in nhỏ hơn và bắt đầu bởi (✱), kết thúc bởi (✴).

Tác giả tỏ lòng cảm ơn chân thành đến Hội đồng xét duyệt giáo trình đã đọc kỹ bản thảo, cho những đóng góp quý báu về cấu trúc, lối trình bày, nội dung chi tiết,... để cuốn sách được hoàn thiện. Trong quá trình soạn thảo, các đồng nghiệp như ThS. Vũ Anh Mỹ, ThS. Tô Văn Đình, ThS. Đào Trọng Quyết, ThS. Nguyễn Thị Quyên, ThS. Phan Thu Hà, ThS. Nguyễn Thị Thanh Hà, ThS. Bùi Văn Định, TS. Nguyễn Trọng Toàn, ThS. Tạ Ngọc Ánh cùng nhiều đồng nghiệp khác ở Đại học Mở – Địa chất, Đại học Hải Phòng và đặc biệt là ở Bộ môn Toán – Học viện Kỹ thuật Quân sự đã cổ vũ, động viên, đọc kỹ bản thảo và cho những góp ý, chỉnh lý thiết thực, có giá trị; lãnh đạo Khoa Công nghệ thông tin, lãnh đạo Học viện Kỹ thuật Quân sự đã tạo mọi điều kiện để cuốn sách sớm ra mắt bạn đọc; các biên tập viên ở Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam đã làm cho cuốn giáo trình có một chất lượng mới. Những sự cổ vũ, ủng hộ ấy khó có thể nói hết bằng một lời cảm ơn chân thành của tác giả.

Hà Nội, tháng 5 – 2012

TÁC GIẢ